# BAB 3
# LITAR PERINGKAT PERTAMA

## 3.1 Pengenalan

Dalam bab yang lepas, kita telah lihat bahawa kedua-dua elemen pemuat dan peraruh, berkebolehan menyimpan tenaga. Untuk pemuat, tenaga disimpan dalam bentuk medan elektrik manakala untuk peraruh pula, tenaga yang disimpan adalah dalam bentuk medan magnet. Tenaga yang disimpan pada pemuat atau peraruh ini masing-masing dibebaskan melalui proses nyahcas dan nyahmagnet. Dalam bab ini kita akan membuat analisis terhadap perubahan pada voltan atau arus dalan litar yang mengandungi sebuah pemuat atau peraruh, dan perintang semasa berlakunya proses pengecasan atau pemagnetan dan juga proses nyahcas atau nyahmagnet. Litar-litar yang mengandungi sekurang-kurangnya satu pemuat atau satu peraruh dan perintang masing-masing dikenali sebagai litar RC atau litar RL. Kita berminat untuk menerbitkan ungkapan-ungkapan voltan atau arus untuk litar-litar RC dan RL. Dengan kata lain, kita ingin melihat *sambutan arus* atau *sambutan voltan* untuk litar-litar ini.

$$i_c = C\frac{dv_c}{dt} \tag{1}$$

$$v_L = L\frac{di_L}{dt} \tag{2}$$


Rajah 1 (a) Pemuat, (b) Peraruh

Hubung-kait di antara voltan dan arus bagi sebuah pemuat dan sebuah peraruh seperti ditunjukkan pada Rajah 1, diberi oleh persamaan (1) dan (2). Kita akan menggunakan persamaan (1) dan (2), dan juga hukum-hukum voltan dan arus Kirchhoff semasa menulis persamaan yang mewakili litar-litar RC dan RL. Pada akhirnya, kita akan dapati bahawa kita perlu menyelesaikan persamaan peringkat pertama untuk memperolehi ungkapan-ungkapan voltan dan arus dalam litar-litar ini. Ini bermakna, litar-litar yang mengandungi sekurang-kurangnya satu elemen penyimpan tenaga berserta perintang, boleh diwakili oleh persamaan-persamaan peringkat pertama dengan voltan atau arus sebagai pembolehubah. Malah, oleh kerana itulah litar-litar ini juga dikenali sebagai litar-litar peringkat pertama. Walaubagaimanapun, perlu kita ingat terdapat juga litar-litar yang mengandungi beberapa elemen penyimpan tenaga sejenis dan perintang yang bukannya litar peringkat pertama. Ini berlaku bila elemen penyimpan tenaga ini tidak boleh digabungkan. Litar dari jenis ini tidak akan kita pelajari dalam bab ini.

Sebarang perubahan pada litar RC atau RL yang melibatkan perubahan tenaga yang tersimpan pada elemen C atau L, akan menyebabkan voltan dan arus dalam litar-litar tersebut berubah dari satu nilai ke satu nilai yang lain. Secara spesifiknya, kita akan melihat perubahan pada tenaga yang berlaku akibat dari perubahan pada sumber voltan atau arus. Pertamanya kita akan melihat sambutan bila sumber tiba-tiba dimatikan. Sambutan hasil dari perubahan ini dikenali sebagai sambutan tabii. Keduanya, kita akan melihat sambutan hasil dari perubahan langkah pada sumber dan sambutan hasil dari perubahan ini dikenali sebagai sambutan langkah. Untuk voltan atau arus ini berubah dari satu nilai kesatu nilai yang lain, ia akan melalui jangkamasa *fana* – iaitu jangkamasa dimana voltan atau arus ini berubah dengan masa. Sambutan dalam jangkamasa ini dikenali sebagai *sambutan fana*. Akhirnya voltan atau arus ini akan mencapai nilai baru dan akan tetap berada pada nilai ini sehinggalah sebarang perubahan pada litar diperkenalkan lagi. Semasa tiada perubahan pada nilai voltan atau arus, sambutan terhadap arus atau voltan dikenali sebagai *sambutan mantap*. Di akhir bab ini kita akan merumuskan bentuk umum untuk sambutan litar peringkat pertama. Dengan bentuk umum ini kita akan dapati bahawa sambutan untuk mana-mana litar peringkat pertama dapat diperolehi dengan senang dan cepat.

## 3.2 Sambutan Tabii

### Pengenalan

Sambutan tabii diperolehi apabila terdapat pembebasan tenaga yang tersimpan pada elemen penyimpan tenaga (pemuat atau peraruh) di dalam litar yang tiada mengandungi bekalan atau sumber. Litar-litar bebas sumber ini diperolehi setelah sumber voltan atau arus di dalam litar-litar tersebut, tiba-tiba diputuskan atau di*mati*kan. Untuk tujuan analisis, kita akan menggunakan litar RC atau RL yang rengkas, iaitu litar yang hanya mengandungi satu perintang dan satu pemuat atau peraruh sahaja (walaubagaimanapun sebarang litar yang mengandungi lebih dari satu perintang dan lebih dari satu pemuat yang boleh dipermudahkan kepada litar rengkas ini, dengan syarat pemuat atau peraruh dalam litar tersebut boleh digabungkan). Sebaik sahaja sumber-sumber dimatikan, tenaga yang tersimpan pada elemen-elemen penyimpan tenaga ini akan dibebaskan pada perintang yang disambung padanya. Kita akan dapati bahawa kadar lesapan tenaga ini bergantung kepada nilai perintang serta elemen-elemen penyimpan tenaga ini.

### Sambutan Tabii – litar RC

Rajah 2(a) akan digunakan untuk membuat analisis terhadap sambutan tabii litar RC. Pada rajah ini, sumber arus yang digunakan, $i_s(t)$, melangkah dari satu nilai $I_s$ ke nilai sifar pada masa $t = 0$. Semasa $t > 0$, sumber arus *mati* dan litar setara pada Rajah 2(b) boleh digunakan. Secara matematik $i_s(t)$ diberi oleh

$$i_s(t) = \begin{cases} I_s, & t < 0 \\ 0, & t > 0 \end{cases}$$

Perhatikan pada Rajah 2(b), litar tidak mempunyai sebarang sumber dengan itu sebarang sambutan yang diperolehi hasil dari pembebasan tenaga dari pemuat selepas $t = 0$ dikenali sebagai *sambutan tabii*. Kita mulakan analisis kita dengan mengambil hukum arus Kirchhoff pada litar Rajah 2(b).

$$i_c + i_R = 0 \tag{3}$$

Gantikan $i_c$ dan $i_R$ dalam sebutan voltan pemuat, $v_c$,

$$C\frac{dv_c}{dt} + \frac{v_c}{R} = 0 \tag{4}$$

Menyusun semula (4), kita perolehi

$$\frac{dv_c}{v_c} = -\frac{dt}{RC} \tag{5}$$

Jika $v_c(t)$ adalah voltan semasa *t* dan $v_c(0)$ ialah voltan semasa $t = 0$, kita boleh kamirkan (5) seperti berikut,

$$\int_{v_c(0)}^{v_c(t)} \frac{dv_c}{v_c} = -\int_o^t \frac{dt}{RC} \tag{6}$$

Selepas pengkamiran, kita perolehi

$$\ln\frac{v_c(t)}{v_c(0)} = -\frac{1}{RC}t \tag{7}$$

Dengan menyusun persamaan (10), akhirnya kita perolehi

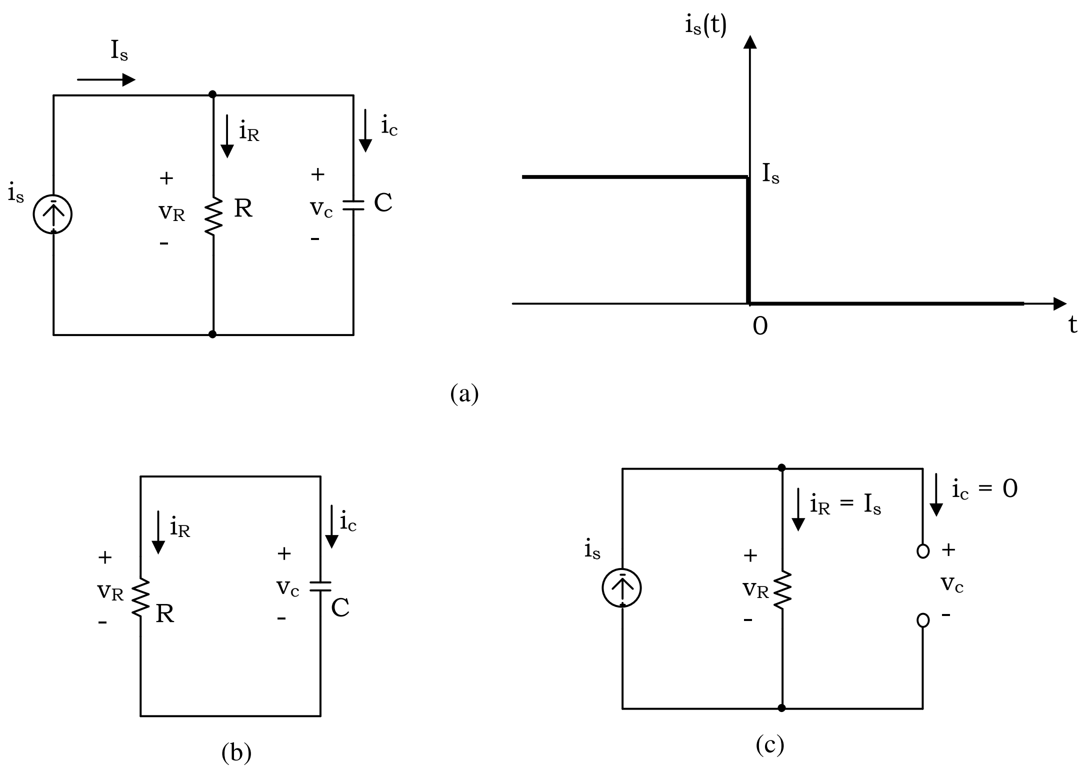
$$v_c(t) = v_c(0)e^{-\frac{1}{RC}t} \tag{8}$$

Kita perlu ingat, untuk pemuat, voltan merintanginya tidak boleh berubah secara langkah kerana perubahan secara langkah pada voltan, mengikut (1), akan menyebabkan nilai arus pemuat menjadi infiniti – iaitu sesuatu yang tidak boleh berlaku secara fizikal. Ini bermakna voltan pemuat sebelum sahaja dan selepas sahaja t = 0 mestilah sama. Secara matematik, kita tulis,

$$v_c(0^-) = v_c(0^+) = v_c(0) \tag{9}$$

Dalam persamaan (9), $t = 0^-$ menandakan ketika sebelum saja t = 0, manakala $t = 0^+$ menandakan ketika selepas saja t = 0. Persamaan (9) menyatakan voltan pemuat sebelum saja t = 0, semasa t = 0 dan selepas saja t = 0 adalah sama. Untuk memperolehi $v_c(0)$ dalam persamaan (8), adalah lebih mudah jika kita perolehi nilai voltan semasa $t = 0^-$. Ini adalah kerana, semasa $t = 0^-$ , litar boleh dianggap berada dalam keadaan mantap, seperti yang ditunjukkan pada Rajah 2(c). Jika ini berlaku, pemuat adalah litar buka, dengan itu voltan merintangi perintang R ialah $v_R = I_sR$. Oleh itu, voltan merintangi pemuat untuk $t = 0^-$ ialah $I_sR$. Menggantikan $v_c(0)$, persamaan (8) boleh ditulis sebagai

$$v_c(t) = (I_sR)e^{-\frac{1}{RC}t} \tag{10}$$




Rajah 3 Litar yang digunakan untuk analisis litar RC
(a) Litar RC (b) Litar setara untuk t > 0 (c) Litar setara semasa $t = 0^-$

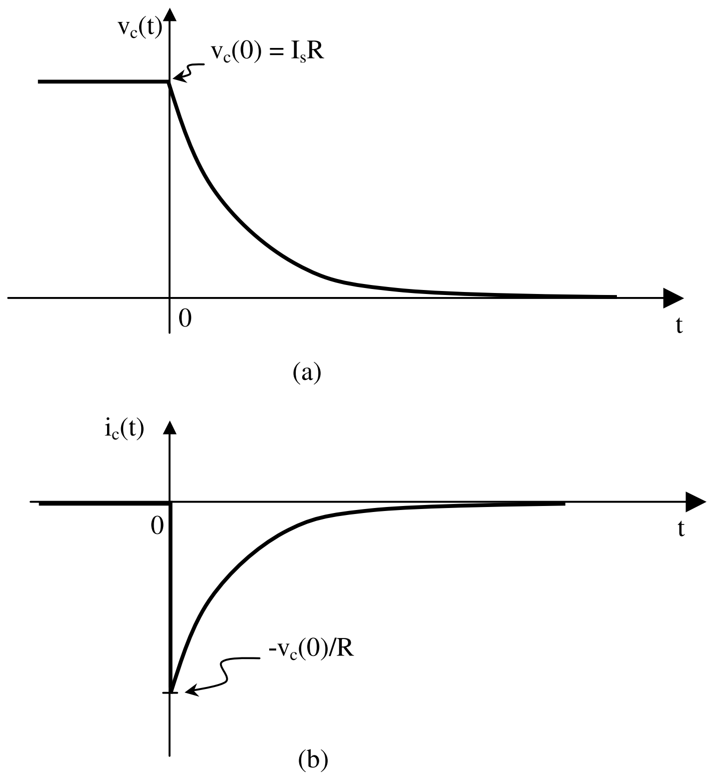
Persamaan (8) atau (10) adalah merupakan sambutan tabii voltan pemuat. Voltan semasa t = 0, iaitu v(0), ialah nilai awalan voltan pemuat. Dalam kes kita, nilai awalan ini ialah voltan pemuat ketika t = 0. Kita perlu ingat bahawa jika pensuisan bekalan dari $V_s$ ke sifar berlaku pada masa $t_1$ misalnya, persamaan (10) harus diubah suai kepada

$$v_c(t) = (I_s R)\, e^{-\frac{1}{RC}(t-t_1)} \quad , \quad \text{untuk } t > t_1 \tag{11}$$

Untuk persamaan (11), litar berada dalam keadaan mantap (pemuat litar buka) semasa $t = t_1^-$ dan voltan pemuat ketika ini adalah $v_c = I_s R$. Voltan pemuat juga menyamai nilai ini semasa $t = t_1$ dan $t = t_1^+$. Secara matematiknya kita tulis,

$$v_c(t_1^-) = v_c(t_1^+) = v_c(t_1) \tag{12}$$

Voltan awalan hanya wujud jika terdapat tenaga awalan tersimpan pada pemuat. Nilai akhir voltan pemuat ialah voltan merintangi pemuat ini apabila $t \to \infty$. Persamaan (10) menunjukkan bahawa nilai akhir voltan pemuat bagi sambutan tabii adalah sentiasa sifar. Secara grafiknya, voltan merintangi pemuat ditunjukkan pada Rajah 3(a).




Rajah 3 Voltan dan arus pemuat sambutan tabii litar Rajah 3. (a) voltan, (b) arus

Untuk memperolehi arus melalui pemuat, kita gunakan persamaan (1). Jelas sekali untuk $t < 0$, $i_c = 0$, dan untuk $t > 0$,

$$i_c = C\frac{dv_c}{dt} = -\frac{v(0)}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{13}$$

Lengkuk arus pemuat ini dilakarkan pada Rajah 3(b). Apa yang boleh diperhatikan ialah arus pemuat boleh berubah langkah (i.e. dari 0 ke $-v(0)/R$), tetapi tidak pada voltan pemuat. Dalam kebanyakan kes (tidak kesemua kes !) $i_c(0^-) \neq i_c(0^+)$. Untuk sambutan tabii, kedua-dua voltan dan arus akan sentiasa susut kepada sifar.

## Pemalar masa

Kesemua tenaga awalan yang tersimpan di dalam pemuat akan dilesapkan pada perintang R. Voltan pemuat susut secara eksponen atau tabii. Dari (10), diperhatikan bahawa kadar perubahan voltan pemuat dengan masa bergantung kepada nilai R dan C. Hasil darab R dan C dikenali sebagai pemalar masa untuk litar ini. Simbol yang lazim digunakan untuk pemalar masa ialah $\tau$.

$$\tau = RC \tag{14}$$

Berdasarkan persamaan (8), kuasa eksponen seharusnya tidak mempunyai unit, dengan itu unit SI untuk pemalar masa ialah saat.

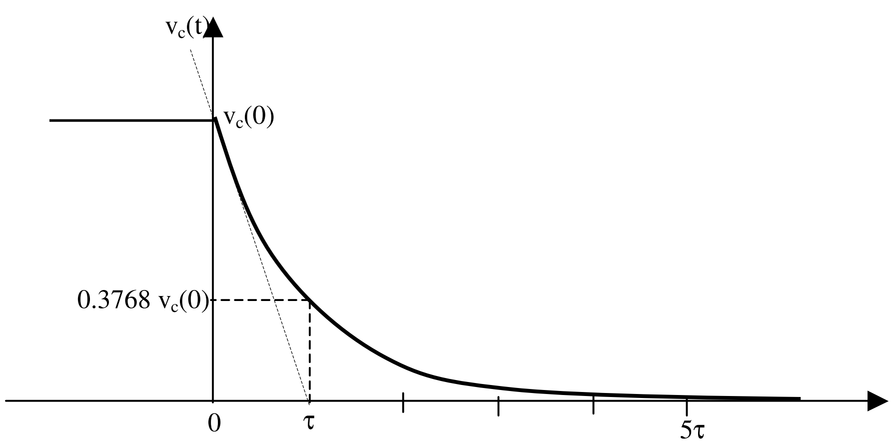
Semasa t = 0, kadar perubahan voltan pemuat dengan masa boleh diperolehi dengan mengkerbezakan (8) dengan masa, iaitu,

$$\left.\frac{v_c(t)}{dt}\right|_{t=0} = -\frac{1}{RC}v_c(0)e^{-\frac{1}{RC}0} = -\frac{v_c(0)}{\tau} \tag{15}$$

Kecerunan $v_c(t)$ semasa t = 0 boleh diperolehi secara grafik dengan melukis garis lurus tanjen pada lekuk. Jika garis lurus dilukis mewakili kecerunan semasa t =0, titik persilangan garis ini dengan paksi masa memberikan nilai pemalar masa. Untuk nilai voltan awalan yang sama, jelas sekali kecerunan $v_c(t)$ semasa t = 0 bergantung kepada nilai $\tau$. Semakin besar nilai pemalar masa, semakin lama masa diambil untuk voltan pemuat susut – lihat contoh 1. Semasa t = $\tau$ nilai $v_c$ ialah

$$v_c(t) = v_c(0)e^{-1} = 0.37679\, v_c(0) \quad , \tag{16}$$

iaitu 37.68% daripada nilai awalan.




Rajah 4 Pemalar masa litar RC yang diperolehi dari kecerunan lengkuk semasa t = 0

Berdasarkan pada persamaan (8), nilai voltan pemuat hanya akan menjadi sifar bila t = ∞. Namun, untuk penggunaan dalam kejuruteraan elektrik, voltan pemuat dianggap sifar apabila t = 5$\tau$. Kebiasaannya, persamaan (8) ditulis dalam sebutan pemalar masa sebagai

$$v_c(t) = v_c(0)e^{-t/\tau} \quad , \quad \tau = RC$$

Oleh kerana kesemua tenaga awalan pemuat dilesapkan pada perintang, jika kita hitungkan tenaga yang lesap pada perintang selepas t=0, kita akan dapati ianya menyamai tanaga awalan yang tersimpan pada pemuat. Ini boleh ditunjukkan seperti berikut. Kita tahu tenaga awalan pemuat diberi oleh

$$E_c = ½\, C(I_sR)^2 \tag{17}$$

Tenaga yang lesap pada perintang, $E_R$, boleh diperolehi dengan mengkamirkan kuasa pada perintang dari 0 ke ∞.

$$E_R = \int_0^{\infty} p \ dt = \int_0^{\infty} \frac{V_R^2}{R} dt \qquad (18)$$

Oleh kerana pemuat dan perintang adalah selari, voltan kedua–duanya sama. Dengan itu,

$$E_R = \int_0^{\infty} \frac{\left(I_s R \ e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2}{R} \ dt \qquad (19)$$

Boleh ditunjukkan (pelajar digalakkan untuk melalukannya), setelah persamaan (19) dikamirkan, tenaga yang lesap pada perintang diberi oleh,

$$E_R = ½ \ C(I_sR)^2 \qquad (20)$$

iaitu menyamai (17).

---

**CONTOH 1**

---

*Litar pada Rajah 4 mempunyai nilai komponen berikut: $C = 100\mu F$ $R = 100\Omega$ . Litar dibekalkan dengan sumber langkah*

$$i_s(t) = \begin{cases} 3 \ A, & t < 0 \\ 0 \ A, & t > 0 \end{cases}$$

*Dapatkan sambutan voltan $v_o$ untuk $t > 0s$. Bilakah voltan pemuat susut kepada 10 peratus dari nilai awalannya? Jika C ditukar nilainya kepada $1000\mu F$, berapakah masa diambil untuk voltan susut kepada 10% nilai awalnya?*

**Penyelesaian/perbincangan**

Semasa t < 0, topologi litar adalah seperti Rajah 3(a). Boleh dianggap litar berada dalam keadaan mantap sebelum sahaja t = 0, atau semasa $t = 0^-$. Selepas t = 0, litar boleh dilukis seperti Rajah 3(c), iaitu tanpa sumber. Oleh itu sambutan yang diperolehi untuk t > 0 ialah sambutan tabii. Daripada analisis yang kita buat sebelum ini, kita ketahui bentuk penyelesaian untuk sambutam tabii diberi oleh

$$v_c(t) = v_c(0)e^{-\frac{t}{\tau}},$$

Dalam persamaan di atas $\tau = RC = (100\times10^{-6})(100) = 0.01$ saat. Oleh kerana voltan pemuat tidak berubah secara mendadak (i.e. $v_c(0^-) = v_c(0) = v_c(0^+)$), nilai $v_c(0)$ boleh diperolehi dengan mendapatkan voltan pemuat semasa $t = 0^-$. Semasa $t = 0^-$, litar berada dalam keadaan mantap, oleh itu pemuat adalah litar buka. Dengan itu voltan merintangi pemuat semasa $t = 0^+$ ialah 300V. Ungkapan voltan pemuat semasa t > 0 boleh ditulis sebagai

$$v_c(t) = 300e^{-100t}$$

10% dari nilai awal bererti 30V. Untuk mengatuhui bilakah voltan pemuat susut pada nilai ini, kita perlu selesaikan masa t untuk $v_c(t) = 30V$.

$$30 = 300e^{-100t}$$

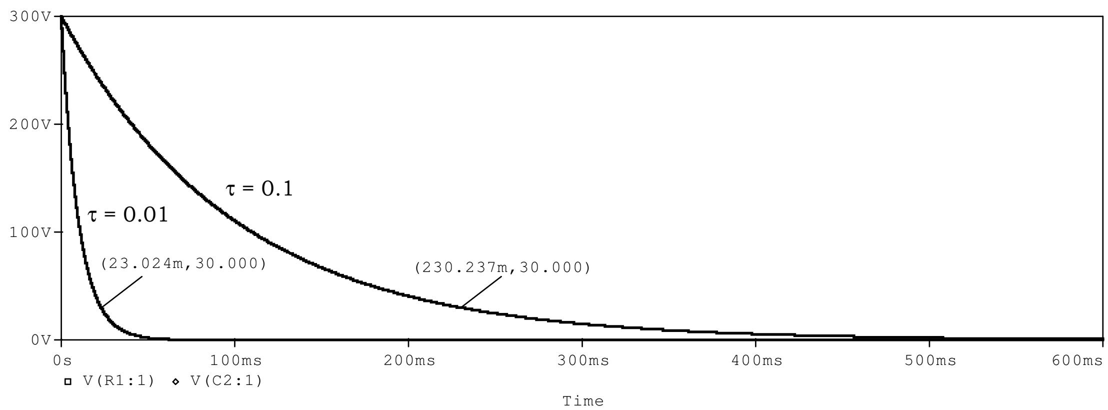
Selesaikan t kita perolehi

$$t = -\frac{1}{100}\ln\frac{30}{300} = 0.023 \text{ saat}$$

Jika C ditukar kepada 1000μF, pemalar masa litar akan bertambah dari 0.01 ke 0.1. Ini bermakna proses nyahcas pemuat akan menjadi semakin perlahan. Masa yang diambil untuk cas pemuat turun kepada 10% dari nilai awalan diberi oleh

$$t = -\frac{1}{10}\ln\frac{30}{300} = 0.23 \text{ saat}$$

Rajah C1 menunjukkan lengkuk bagi kedua-dua nilai pemuat yang diperolehi hasil dari simulasi menggunakan PSPICE.




Rajah 4  Sambutan litar RC tabii – hasil simulasi PSPICE dengan dua pemalar masa yang berbeza

## Sambutan Tabii – litar RL

Litar yang akan kita gunakan untuk melihat sambutan tabii litar RL ditunjukkan pada Rajah 7(a). Ia diperolehi dengan menukarkan pemuat C pada Rajah 4(a) dengan sebuah peraruh L. Sumber yang sama seperti Rajah 4 masih digunakan. Ini bermakna selepas t = 0, litar setara tanpa sumber arus boleh dilukis, seperti pada Rajah 7(b). Pada masa $t = 0^-$, litar dianggap berada dalam keadaan mantap, dengan itu peraruh L adalah litar pintas, seperti ditunjukkan oleh Rajah 7(c).

Sambutan yang diperolehi selepas t = 0 adalah merupakan sambutan tabii litar RL. Ini adalah kerana untuk t >0, tiada sumber atau bekalan disambung pada litar. Voltan atau arus hanya wujud disebabkan oleh proses nyahmagnet oleh peraruh L. Tenaga yang dibebaskan semasa t > 0 adalah tenaga yang tersimpan di dalam L semasa t = 0. Dengan menggunakan Hukum Voltan Kirchhoff pada litar Rajah 7(b), kita perolehi

$$i_L R + L\frac{di_L}{dt} = 0 \qquad (18)$$

yang boleh ditulis sebagai,

$$\frac{di_L}{i_L} = -\frac{R}{L}dt \qquad (19)$$

Jika diperhatikan, persamaan (19) dan (8) mempunyai bentuk yang sama.  Berdasarkan pada persamaan (11), penyelesaian arus peraruh semasa t >0 boleh ditulis sebagai,

$$i_L(t) = i_L(0)e^{-\frac{R}{L}t} \tag{20}$$

Dalam persamaan (20), $i_L(0)$ adalah nilai awalan arus pearuh. Untuk pearuh, arus tidak boleh berubah secara langkah. Mengikut persamaan (2), arus yang berubah secara langkah akan menghasilkan voltan infiniti merintangi pearuh – keadaan fizikal yang tidak boleh berlaku. Oleh itu, untuk sebarang pearuh, arus adalah *berterusan*, atau secara matematiknya boleh ditulis sebagai

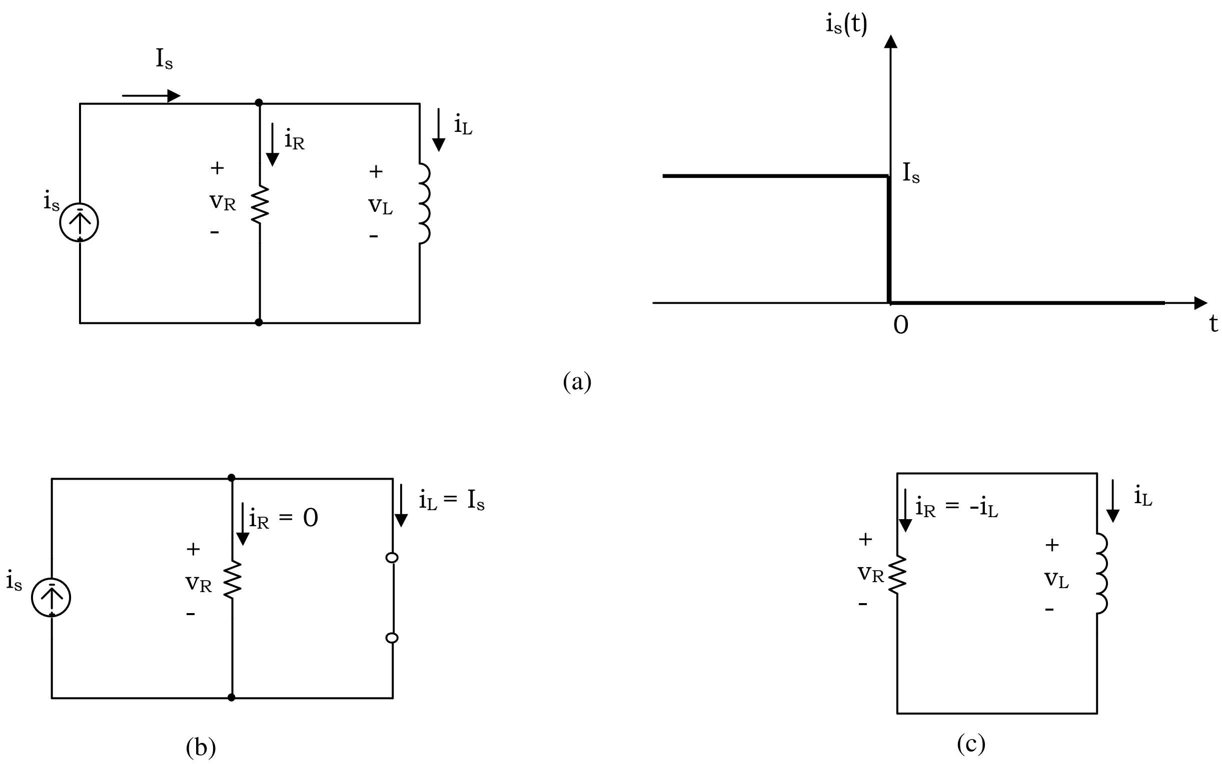
$$i_L(0^-) = i_L(0^+) = i_L(0) \tag{21}$$

Semasa $t = 0^-$, litar berada dalam keadaan mantap (Rajah 7(c)) dan arus $i_L(0^-)$ dengan mudah boleh diperolehi. Iaitu,

$$i_L(0^-) = I_s$$

dengan itu persamaan (21) boleh ditulis sebagai

$$i_L(t) = I_s e^{-\frac{R}{L}t} \tag{21b}$$




Rajah 7 (a) Litar RL (b) Litar setara untuk $t = 0^-$ (c) Litar setara untuk $t > 0$

Tenaga yang tersimpan dalam bentuk medan magnet dinyahmagnet semasa $t > 0$. Tenaga awalan yang disimpan dalam pearuh (tenaga semasa $t = 0$) akan dilesapkan pada perintang semasa nyahmagnet. Masa yang diambil untuk membebaskan tenaga yang tersimpan pada pearuh bergantung pada nilai-nilai perintang R dan pearuh L. Untuk litar RL, pemalar masa, $\tau$, ditakrifkan oleh

$$\tau = \frac{L}{R} \tag{22}$$

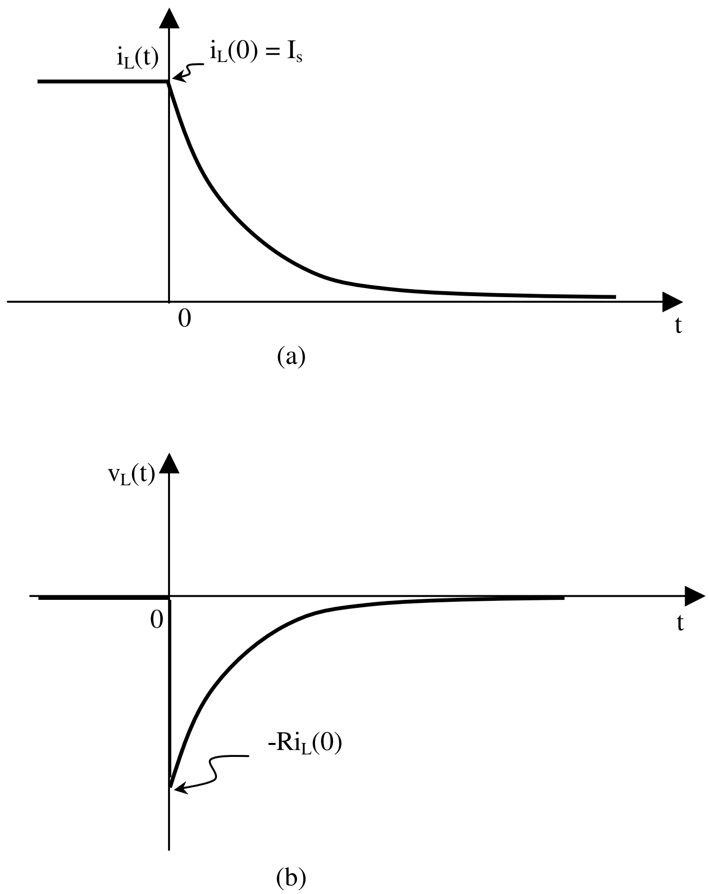
Dengan menggunakan pemalar masa ini, sambutan tabii litar RL (21) boleh ditulis sebagai

$$i_L(t) = i_L(0)e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{23}$$

Untuk memperolehi sambutan tabii voltan peraruh, kita perlu menggunakn hubungan *v-i* untuk sebuah peraruh (persamaan (2)), iaitu,

$$v_L = L\frac{di_L}{dt} = -R\, i_L(0)e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{24}$$

Gelombang arus dan voltan peraruh bagi sambutan tabii dilukis pada Rajah 8. Berbanding dengan litar RC, untuk litar RL, voltan dibenarkan berubah secara langkah manakala arus harus berterusan.



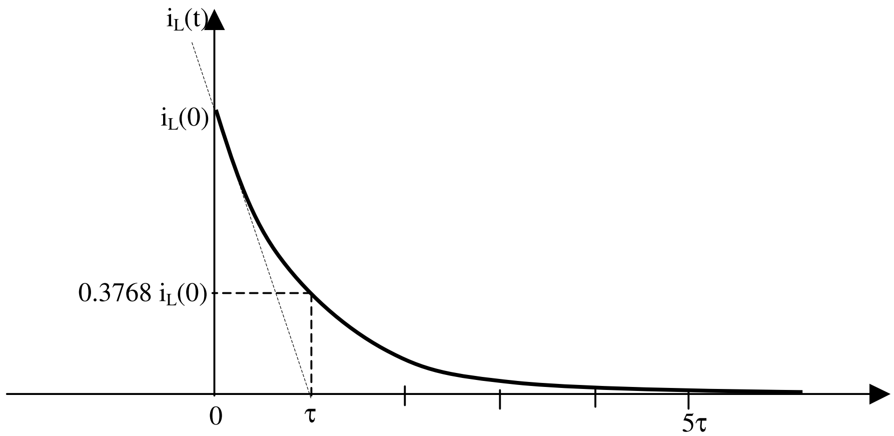

Rajah 8 Sambutan Tabii litar RL (a) arus $i_L$, (b) voltan $v_L$

Daripada persamaan (23), untuk t = τ, arus susut kepada $e^{-1}\cdot i_L(0)$ atau 0.37679 $i_L(0)$; iaitu 0.37679 dari nilai awalan arus. Sama seperti litar RC, pemalar masa litar boleh diperolehi secara grafikal dengan melukis kecerunan lengkuk arus semasa t = 0, seperti ditunjukkan pada Rajah 8b. Kecerunan lengkuk arus diperolehi dengan mengkerbezakan persamaan (23), iaitu

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{1}{\tau} i_L(0)e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{24}$$

Semasa t = 0, kecerunan ini ialah,

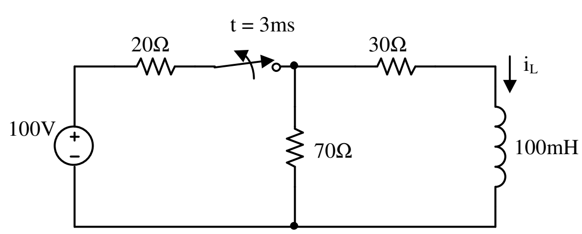
$$\left.\frac{i_L(t)}{dt}\right|_{t=0} = -\frac{1}{\tau} i_L(0)e^{0} = -\frac{i_L(0)}{\tau} \tag{25}$$




Rajah 8b   Pemalar masa litar RL – diperolehi dengan melihat kecerunan lengkuk semasa t = 0.

## CONTOH 2

*Suis dalam litar Rajah 8c berada dalam keadaan tertutup untuk masa yang lama. Ianya dibuka semasa t = 3ms. Dapatkan nilai arus peraruh, $i_L$, semasa   (a) t = 4.5ms  (b) t = 8 ms Apakah kesan bila L digandakan?*

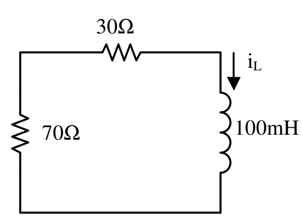



*Rajah 8c    Litar RL contoh 2*

Penyelesaian/perbincangan

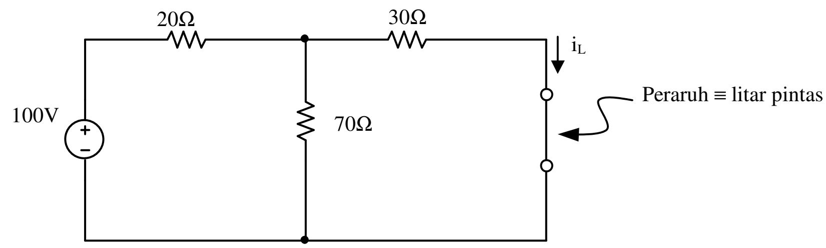
Kita ingin mendapatkan arus peraruh selepas suis dibuka, iaitu untuk t > 3ms. Setelah suis dibuka, litar setara untuk Rajah 8c boleh dilukis seperti Rajah 8d  -- oleh itu kita boleh gunakan bentuk ungkapan sambutan tabii yang kita terbitkan, i.e. persamaan (23), dengan menambah maklumat bila berlakunya pensuisan,

$$i_L(t) = i_L(0.003)e^{-\frac{(t-0.003)}{\tau}} \qquad \text{, untuk } t \geq 0.003\text{s} \qquad (23)$$



Rajah 8d - Litar setara RL setelah suis dibuka, t > 0.003s

Pemalar masa, $\tau$, diberi oleh L/R. Dalam kes ini, L = 100mH dan R = (30 + 70) = 100 $\Omega$. $\therefore \tau = 0.001$ s. Apakah nilai $i_L(0.003)$ ? Ianya boleh diperolehi dengan memperolehi nilai $i_L$ semasa t = $0.003^-$, iaitu sebelum saja suis dibuka. Semasa t = $0.003^-$, litar mengandungi sumber dan ianya berada dalam keadaan mantap. Litar setara semasa t = $0.003^-$ ditunjukkan pada Rajah 8e.




Rajah 8e Litar semasa t = $0.003^-$

Dari Rajah 8e, $i_L$ boleh diperolehi menggunakan hukum pembahagian arus,

$$i_L = \left(\frac{100}{20+21}\right)\cdot\left(\frac{70}{70+30}\right) = 1.7\text{A}$$

Oleh itu $i_L(0.003^-) = i_L(0.003^+) = 1.7$A. Ungkapan $i_L$ untuk t > 0.003 boleh ditulis sebagai,

$$i_L(t) = 1.7e^{-\frac{(t-0.003)}{\tau}}$$

Menggunakan persamaan ini, kita dapat selesaikan (a) dan (b):

(a) t = 4.5 ms. Gantikan t = 4.5 ms kedalam persamaan di atas.

$$i_L(t) = 1.7e^{-\frac{(0.0045-0.003)}{0.001}} = 0.379\,\text{A}$$

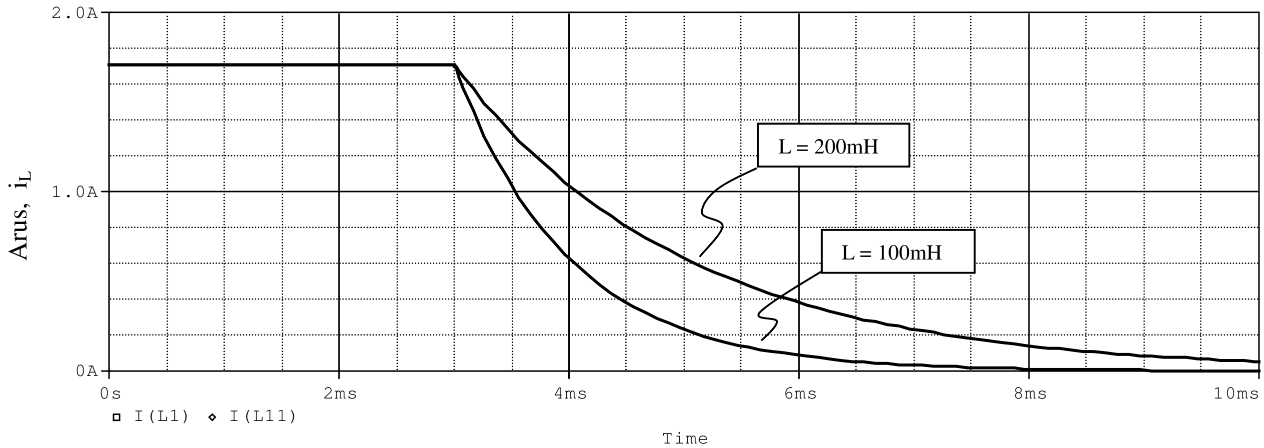
(b) t = 8 ms. Gantikan t = 8 ms,

$$i_L(t) = 1.7e^{-\frac{(0.008-0.003)}{0.001}} = 0.0115\text{A}$$

Untuk t = 8 ms, masa yang berlalu selepas berlakunya pensuisan adalah menyamai 5 kali pemalar masa,

0.008 – 0.003 = 0.005s = 5 $\times$ $\tau$, dimana $\tau$ = 0.001s. Nilai arus yang diperolehi ialah 0.0115A iaitu 0.6% dari nilai awal.

Jika nilai L digandakan kepada 200 mH, pemalar masa dan masa nyahmagnet akan meningkat. Melalui simulasi PSPICE ianya boleh dilihat pada Rajah 9e.




## 3.3 Sambutan Langkah

Setelah melihat sambutan voltan dan arus untuk litar-litar RC dan RL yang tidak mengandungi sumber, iaitu sambutan tabii, kita seterusnya akan melihat apakah sambutan voltan atau arus bagi litar-litar RC dan RL bila terdapat sumber di dalam litar tersebut. Secara khususnya, dalam bab ini kita hanya akan melihat jenis-jenis sumber dimana arus atau voltannya berubah secara langkah. Bila terdapat perubahan pada sumber voltan atau sumber arus secara langkah, akan terdapat perubahan pada voltan dan arus litar. Dalam proses untuk mencapai nilai baru ini, litar akan melalui jangkamasa fana. Kita akan dapati bahawa ungkapan untuk arus atau voltan semasa fana ini boleh diperolehi, sekali lagi, dengan menyelesaikan persamaan peringkat pertama, yang kita terbitkan menggunakan hukum-hukum voltan dan arus yang sesuai pada litar tersebut. Sambutan terhadap perubahan sumber secara langkah ini dikenali sebagai sambutan langkah.

### Sambutan Langkah – litar RC

Litar yang akan kita gunakan untuk melihat sambutan langkah ditunjukkan pada Rajah 9(a). Sumber voltan yang disambung pada perintang dan pemuat secara siri, melangkah dari 0 ke $V_s$ semasa t = 0. Ujaan langkah yang sama boleh diperolehi dengan menggunakan litar yang terdiri dari gabungan suis dan sumber berterusan, seperti pada Rajah 9(b). Apabila suis dipindahkan dari kedudukan *a* ke *b* semasa t = 0, litar sesiri R dan C akan disambung pada bekalan voltan berterusan. Semasa t < 0, litar R dan C disambung secara selari dengan litar pintas – keadaan yang sama diperolehi untuk litar Rajah 9(a) semasa t <0 bila $v_s(t) = 0$.

Kita ingin melihat sambutan untuk t >0. Litar setara untuk t > 0 diberi oleh Rajah 9c. Menggunakan Hukum voltan Kirchhoff pada Rajah 9(c), kita perolehi

$$-V_s + v_c + i_c R = 0 \tag{26}$$

Dengan menggunakan hubungan voltan-arus untuk pemuat, kita perolehi persamaan peringkat pertama seperti berikut,

$$\frac{v_c}{RC} + \frac{dv_c}{dt} = \frac{V_s}{RC} \tag{27}$$

Dengan menyusun persamaan ini kita perolehi,

$$\frac{dv_c}{v_c - V_s} = -\frac{dt}{RC} \tag{28}$$

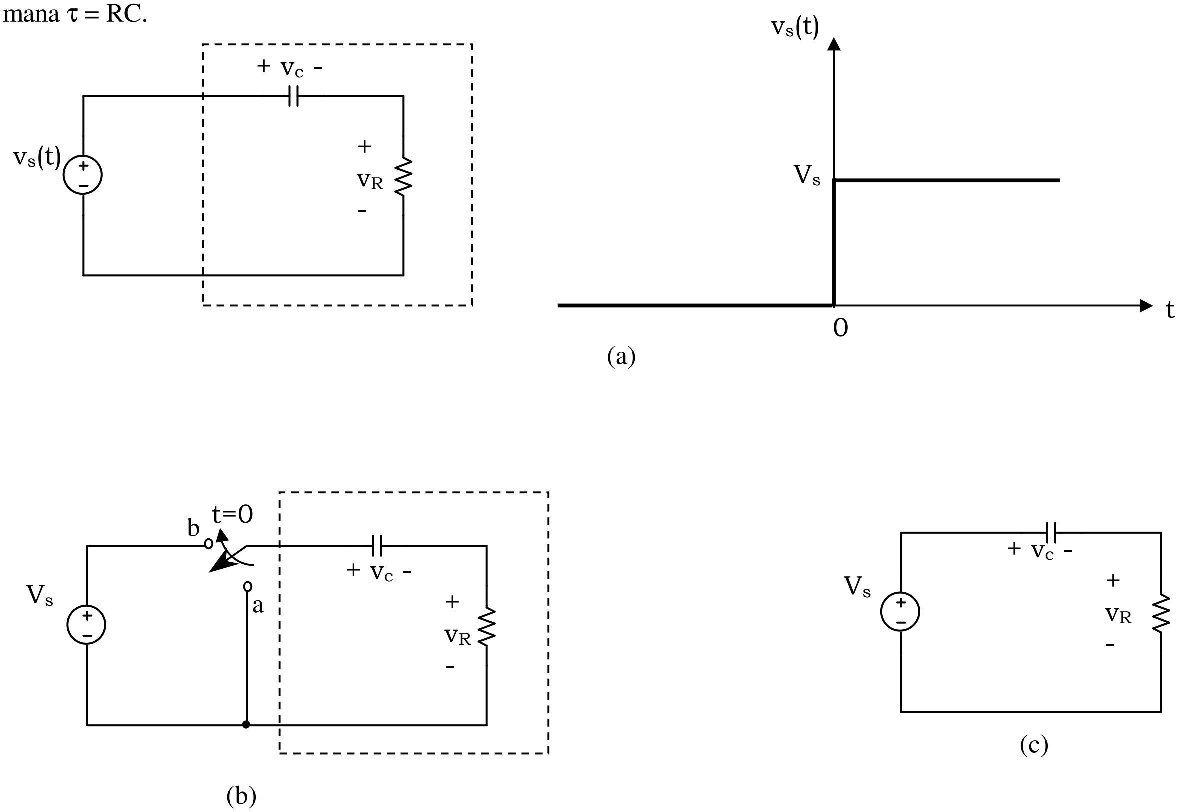
Jika semasa *t* voltan pemuat diberi oleh $v_c(t)$ dan semasa t = 0 voltan pemuat diberi oleh $v_c(0)$, kita boleh kamirkan kedua-dua bahagian (28) sebagai,

$$\int_{v_c(0)}^{v_c(t)} \frac{dv_c}{v_c - V_s} = -\int_0^t \frac{dt}{RC} \tag{29}$$

Akhirnya kita perolehi,

$$v_c(t) = V_s + (v_c(0) - V_s)e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{30}$$

di mana $\tau = RC$.




Rajah 9 Litar untuk sambutan langkah, (a) menggunakan sumber voltan melangkah, (b) menggunakan sumber voltan berterusan dan suis, (c) litar semasa $t > 0$

Jika pada awalnya, iaitu semasa $t = 0$, tiada cas terkumpul pada pemuat, $v_c(0) = 0$, persamaan (30) boleh ditulis sebagai,

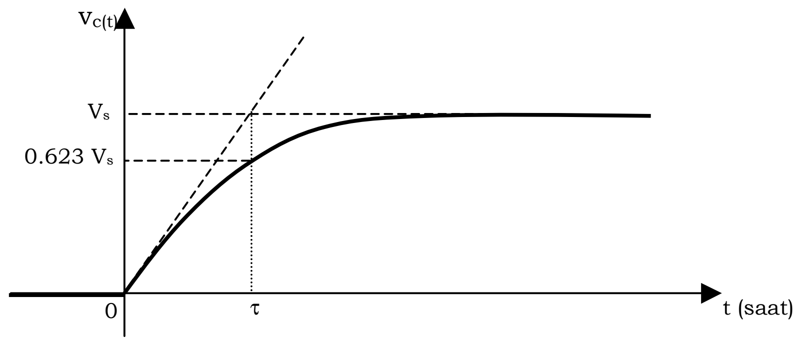
$$v_c(t) = V_s(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \tag{31}$$

Persamaan ini merupakan sambutan langkah atau *sambutan paksa dengan ujaan langkah* dengan nilai awalan voltan pemuat yang sifar. Lakaran gelombang voltan pemuat untuk persamaan (31) diberi pada Rajah 10(a). Jelas sekali nilai pemalar masa menentukan kecepatan voltan pemuat untuk sampai ke nilai mantap $V_s$. Secara matematik, voltan mencapai nilai mantap $V_s$ apabila $t = \infty$, namun untuk penggunaan dalam kejuruteraan, kita akan menganggap voltan mantap dicapai bila $t = 5\tau$. Semasa mantap, $dv_c/dt = 0$, oleh itu $i_c = 0$ dan pemuat bersifat litar buka. Dengan itu voltan merintangi pemuat menyamai voltan sumber, seperti ditunjuk pada Rajah 10(c). Jika kita gantikan $t = \infty$ ke dalam persamaan (31), kita perolehi $v_c(\infty) = V_s$.

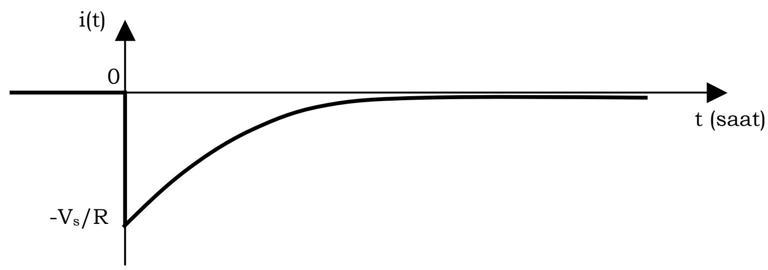
Untuk memperolehi sambutan langkah bagi arus, kita cuma perlu mengkerbezakan persamaan (31) dan seterusnya mendarabkannya dengan nilai pemuat, C, iaitu,

$$i_c = C\frac{dv_c}{dt} = -\frac{V_s}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{32}$$

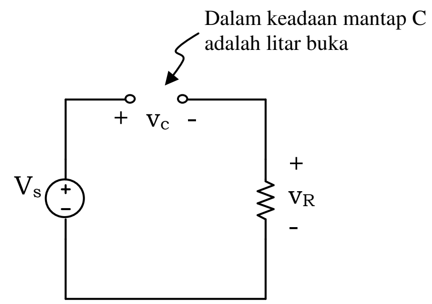
Gelombang sambutan langkah untuk arus ditunjukkan pada rajah 10(b). Rajah 10(a) menunjukkan voltan pemuat adalah berterusan (tidak berubah secara langkah semasa t = 0). Walaubagaimanpun, arus pemuat (Rajah 10(b)) berubah secara langkah semasa t = 0; arus melangkah dari 0 ke $-V_s/R$.




(a)




(b)




(c)

Rajah 10 Sambutan langkah litar RC (a) voltan pemuat, (b) arus pemuat, (c) litar setara semasa mantap

## Sambutan Langkah – litar RL

Sambutan langkah untuk litar RL diperolehi apabila kita kenakan perubahan langkah pada voltan atau arus yang mengandungi perintang dan peraruh. Dalam analisis kita, sambutan langkah terhadap perubahan langkah pada sumber voltan akan dikaji, dengan menggunakan litar Rajah 11(a). Sumber voltan yang digunakan melangkah dari 0 ke $V_s$ semasa t = 0. Kita ingin melihat sambutan-sambutan arus dan voltan, bagi litar ini semasa t > 0. Kita akan membuat anggapan bahawa arus peraruh adalah sifar untuk t < 0. Oleh kerana arus peraruh tidak boleh berubah secara langkah, untuk $t = 0^+$, arus peraruh kekal pada sifar. Litar setara ketika $t = 0^+$ ditunjukkan pada Rajah 11(b). Dalam Rajah11(b), ditunjukkan arus peraruh adalah sifar, dengan itu voltan merintangi perintang juga adalah sifar. Pada ketika ini, mengikut hukum voltan Kirchhoff, voltan merintangi peraruh menyamai voltan sumber, i.e. $V_s$. Perlu diingat bahawa litar pada Rajah 11(b) ini hanya boleh dipakai semasa $t = 0^+$. Untuk $t > 0$, litar Rajah 11(c) perlu digunakan.

Kita mulakan analisis dengan menggunakan hukum voltan Kirchhoff  pada litar Rajah 11(c).

$$V_s = i_L R + v_L \tag{33}$$

Kita ketahui $v_L = Ldi_L/dt$, oleh itu boleh ditunjukkan, persamaan (33) boleh ditulis sebagai:

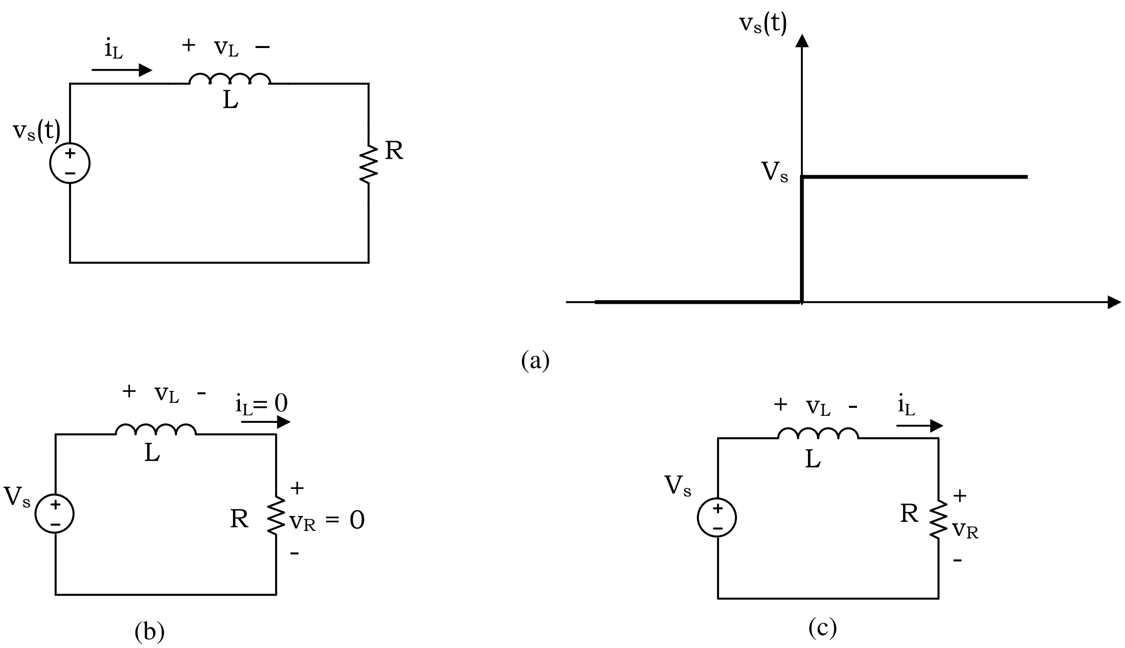
$$\frac{di_c}{i_c - \frac{V_s}{R}} = -\frac{R}{L}dt \tag{34}$$

Persamaan peringkat pertama ini (34) mempunyai struktur yang sama seperti kita perolehi pada persamaan (28). Oleh itu, jika kita selesaikan $i_L$, kita seharusnya memperolehi bentuk penyelesaiaan yang sama seperti persamaan (30). Berpandukan (30), kita boleh tulis penyelesaian $i_L$ sebagai:

$$i_L(t) = \frac{V_s}{R} + (i_L(0) - \frac{V_s}{R})e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{35}$$

Dalam persamaan (35), $\tau = L/R$, merupakan pemalar masa untuk litar RL. Jika pada awalnya tiada tenaga tersimpan pada peraruh ($i_L(0) = 0$), sambutan langkah untuk arus bagi litar RL boleh ditulis sebagai:

$$i_L(t) = \frac{V_s}{R}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \tag{36}$$

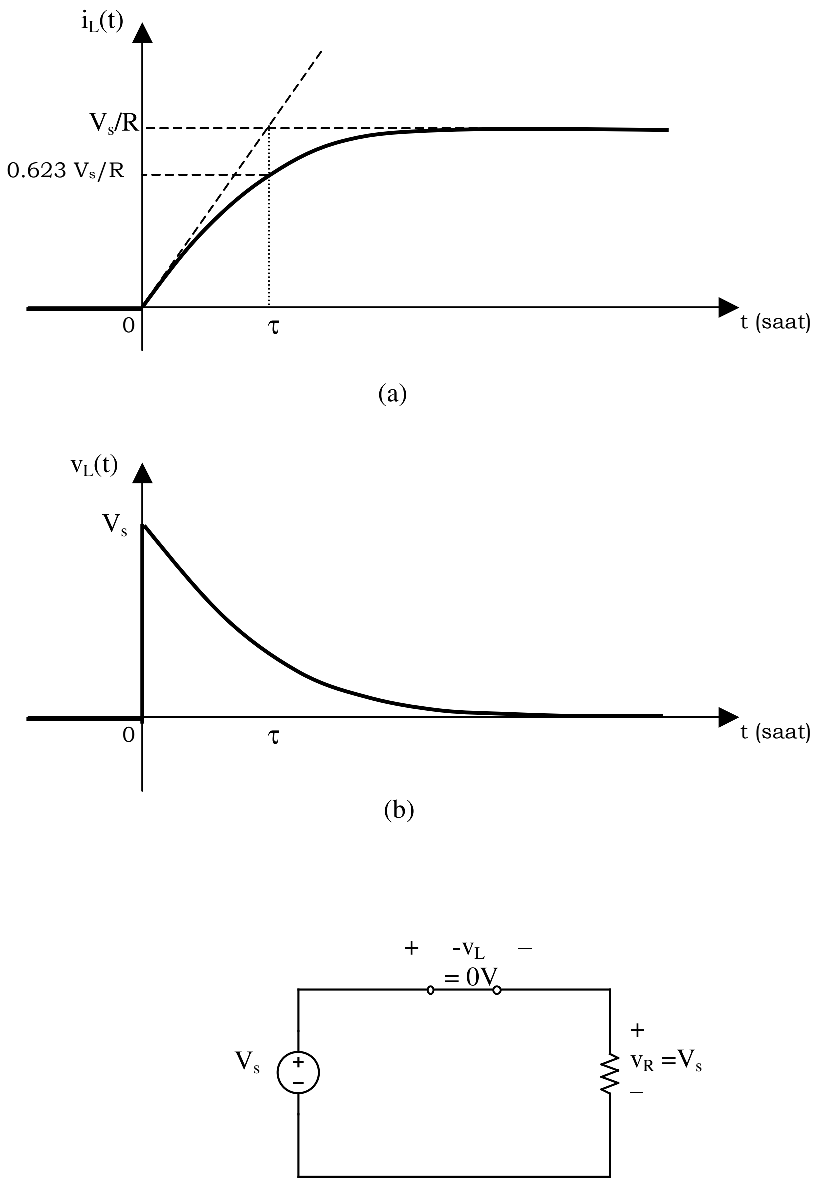



Rajah 11 Sambutan langkah litar RL, (a) Litar RL dan ciri sumber voltan, (b) Litar semasa $t = 0^+$ (c) Litar setara untuk $t > 0$

Voltan merintangi peraruh boleh diperolehi dengan menggunakan persamaan (24),

$$v_L(t) = L\frac{i_L}{dt} = V_s e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{37}$$

Dari persamaan (36) dan (37), sekali lagi boleh diperhatikan bahawa arus melalui peraruh adalah berterusan manakala voltan merintangi peraruh adalah tidak; voltan boleh berubah secara langkah. Gelombang voltan dan arus bagi sambutan langkah dengan tiada tenaga awalan tersimpan pada peraruh ditunjukkan pada Rajah 12. Pemalar masa boleh diperolehi dengan melukis kecerunan lengkuk $i_L$ semasa t = 0, seperti yang ditunjukkan. Semasa t = $\tau$, arus meningkat kepada 0.623 daripada nilai akhir. Nilai akhir untuk voltan pemuat, dari persamaan (37) dan Rajah 12(b), adalah sifar. Ini adalah kerana dalam keadaan mantap $di_L/dt = 0$, oleh itu, $v_L = 0$. Semasa mantap peraruh bersifat litar pintas.




Rajah 12 Sambutan langkah litar RL (a) arus peraruh, (b) voltan peraruh, (c) litar setara ketika t = ∞.

## Bentuk Penyelesaian Umum

Setakat ini kita telah melihat dua jenis sambutan untuk litar–litar RC dan RL, yang dinamakan sambutan tabii dan sambutan langkah. Untuk sambutan langkah, persamaan-persamaan (31), (32) dan (36),(37) diterbitkan dengan menganggap:

a) tiada tenaga tersimpan sebelum perubahan langkah pada bekalan berlaku, dan
b) perubahan langkah berlaku semasa t = 0.

Bila terdapat tenaga awalan tersimpan pada pemuat atau peraruh, bentuk penyelesaian (voltan pemuat dan arus peraruh) yang kita perolehi ialah (30) dan (35) dan ditulis semula berikut,

$$v_c(t) = V_s + (v_c(0) - V_s)e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{38}$$

$$i_L(t) = \frac{V_s}{R} + (i_L(0) - \frac{V_s}{R})e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{39}$$

Bentuk penyelesaian ini menganggap bahawa apa sahaja nilai tenaga boleh tersimpan pada elemen penyimpan tenaga, sebelum perubahan langkah pada sumber berlaku. Namun, persamaan-persamaan ini masih menganggap perubahan langkah berlaku semasa t = 0. Bentuk yang lebih umum boleh diperolehi jika persamaan voltan atau arus ini mengandungi maklumat yang menerangkan bilakah perubahan langkah pada sumber berlaku. Penyelesaian yang lebih umum ini boleh perolehi dengan menambahkan $t_x$ , iaitu masa di mana berlaku perubahan langkah, pada persamaan-persamaan ini (38) dan (39).

$$v_c(t) = V_s + (v_c(t_x) - V_s)e^{-\frac{(t-t_x)}{\tau}} \tag{40}$$

$$i_L(t) = \frac{V_s}{R} + (i_L(t_x) - \frac{V_s}{R})e^{-\frac{(t-t_x)}{\tau}} \tag{41}$$

Persamaan (40) dan (41) hanya boleh diguna selepas t = $t_x$, iaitu selepas berlaku perubahan langkah pada sumber. Jika diperhatikan, persamaan (40) dan (41) bagi litar RC dan RL mempunyai bentuk yang sama. Sebutan pertama bahagian kanan persamaan adalah nilai mantap (atau nilai akhiran) voltan atau arus. Sebutan pertama dalam kurungan merupakan nilai awalan voltan atau arus semasa berlaku perubahan langkah pada sumber, manakala sebutan kedua (di dalam kurungan) adalah sebutan akhiran voltan atau arus. Pemalar masa, $\tau$, dalam setiap persamaan ini bergantung kepada samada litar tersebut litar RC atau RL, dan diberi oleh persamaan (14a)dan (22). Pemerhatian kita seterusnya membawa kepada kesimpulan bahawa, sebutan voltan atau arus ini boleh ditulis dalam sebutan am berikut,

$$y(t) = Y_f + (y_o(t_x) - Y_f)e^{-\frac{(t-t_x)}{\tau}} \tag{42}$$

Dalam persamaan (42), y boleh terdiri dari voltan atau arus untuk litar RC atau RL. $Y_f$ merupakan nilai akhiran y selepas berlaku perubahan langkah pada sumber semasa t = $t_x$, manakala $y_o(t_x)$ pula ialah nilai awalan y, iaitu nilai y ketika t = $t_x$. Malah, persamaan umum ini merupakan sambutan lengkap yang boleh digunakan untuk memperolehi ungkapan mana-mana voltan atau arus untuk mana-mana cabang litar dalam litar RC atau RL. Walaubagaimanapun, adalah lebih bijak jika kita mengambil y sebagai voltan merintangai pemuat atau arus melalui peraruh. Ini adalah kerana voltan pemuat atau arus peraruh merupakan pembolehubah yang berterusan dan ini akan menyenangkan kita memperolehi nilai awalan.
Secara amnya, sambutan lengkap yang diberi oleh persamaan (42) boleh dipecahkan kepada dua bahagian, atau dua jenis sambutan: sambutan tabii dan sambutan paksa. Secara matematiknya, kita tulis,

$$y(t) = y_{tabii} + y_{paksa} \tag{43}$$

Bahagian sambutan tabii ialah bahagian yang disumbangkan oleh nilai awalan voltan atau arus litar tersebut, yang disebabkan oleh tenaga awalan yang tersimpan di dalam pemuat atau peraruh. Jika tenaga awalan sifar, maka tiada sambutan tabii diperoelehi. Dari persamaan (42) sambutan tabii diberi oleh,

$$y_{tabii}(t) = y_o(t_x)e^{-\frac{(t-t_x)}{\tau}} \tag{44}$$

Secara tabiinya, sambutan ini akan hilang bila $t \rightarrow \infty$.

Bahagian sambutan paksa ialah bahagian yang disumbangkan oleh sumber voltan (atau arus) yang terdapat di dalam litar tersebut. Dalam analisis kita sebelum ini, sambutan paksa ialah sambutan yang disebabkan oleh sumber voltan atau arus yang berubah secara langkah. Jika diperhatikan pada persamaan (40)-(41), dengan berpandukan pada sambutan umum lengkap (42), sambutan paksa dberi oleh,

$$y_{paksa}(t) = Y_f(1 - e^{-\frac{(t-t_x)}{\tau}}) \tag{45}$$

Kaeadah alternatif untuk melihat persamaan (42) ialah dengan memecahkannya kepada sambutan fana dan sambutan mantap,

$$y(t) = y_{fana} + y_{mantap} \tag{46}$$

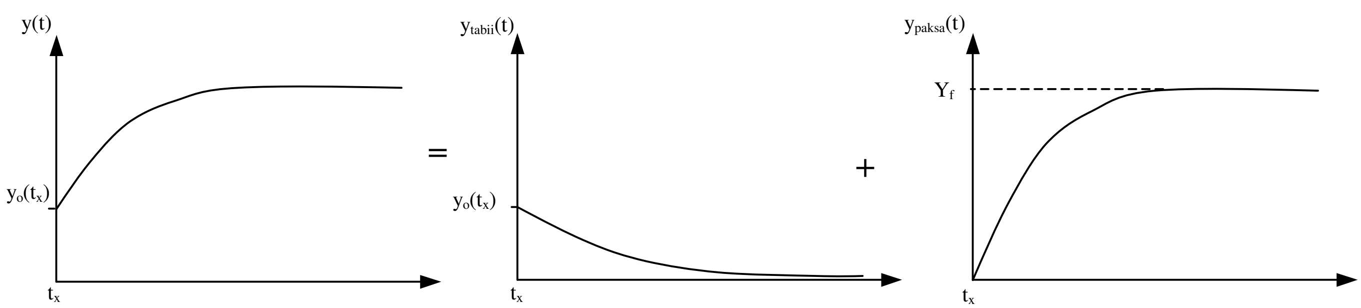
Sambutan fana ialah bahagian sambutan lengkap yang berubah dengan masa dan akan hilang bila $t \rightarrow \infty$. Dari persamaan (42), sebutan yang berubah dengan masa dan hilang dengan masa ialah yang mengandungi sebutan eksponen, iaitu,

$$y_{fana}(t) = (y_o(t_x) - Y_f)e^{-\frac{(t-t_x)}{\tau}} \tag{47}$$

Bahagian sambutan mantap tidak berubah dengan masa, iaitu

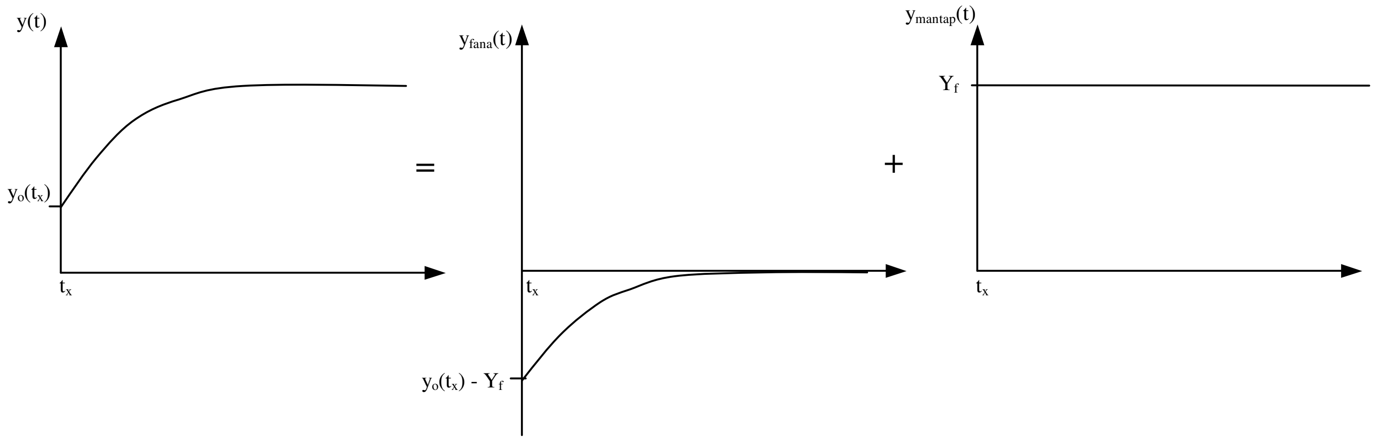
$$y_{mantap}(t) = Y_f \tag{48}$$

Secara grafiknya, persamaan-persamaan (43) hingga (48) di gambarkan oleh Rajah 13.




$$y(t) = Y_f + (y_o(t_x) - Y_f)e^{-\frac{(t-t_x)}{\tau}} \qquad y_{tabii}(t) = y_o(t_x)e^{-\frac{(t-t_x)}{\tau}} \qquad y_{paksa}(t) = Y_f(1 - e^{-\frac{(t-t_x)}{\tau}})$$

(a)




$$y(t) = Y_f + (y_o(t_x) - Y_f)e^{-\frac{(t-t_x)}{\tau}} \qquad y_{fana}(t) = (y_o(t_x) - Y_f)e^{-\frac{(t-t_x)}{\tau}} \qquad y_{mantap}(t) = Y_f$$

(b)

Rajah 13 Sambutan umum lengkap dalam bentuk (a) $y(t) = y_{tabii} + y_{paksa}$ , (b) $y(t) = y_{fana} + y_{mantap}$